

Lista de Exercícios 3 – Aplicações da Derivada

Máximos e mínimos, Gráficos, Taxa de variação e Formas indeterminadas.

Máximos e Mínimos

1) Analise os valores máximo e mínimo das seguintes funções:

a) $y = (x-1)\sqrt[3]{x^2}$

b) $y = -x^3 + 3x - 5$

Esboce os gráficos.

2) Encontrar dois números x e y cuja soma seja um dado número positivo S e cujo produto P seja o maior possível.

3) Uma caixa sem tampa deve ser construída com base quadrada e área total constante C . Determine os lados da caixa de modo que o volume seja máximo.

4) Um recipiente com o formato de um cilindro sem tampa deve ter área total C . Achar o raio de sua base e sua altura, de modo que tenha volume máximo.

5) Suponhamos que um fabricante possa vender x unidades de um artigo por semana ao preço $P = 200 - 0,01x$, e que a fabricação dessas x unidades lhe custe $y = 50x + 20.000$. Qual o nível de produção que lhe proporcionará lucro máximo?

6) Um navio deve percorrer uma distância d (em quilômetros). Há despesas com combustível e com a tripulação que é constante e igual a a ($a > 0$). O gasto horário com o combustível é proporcional ao quadrado da velocidade v do navio, ou seja, é igual a bv^2 onde b é uma constante positiva. Ao percorrer a distância d o comandante deve levar em conta que, ao aumentar a velocidade, aumenta o gasto horário com combustível, mas diminui o número de horas de viagem e, portanto, o gasto total com a tripulação. Com base nisto, calcular a velocidade constante que deve ter o navio (em km/h) a fim de que a despesa total seja mínima. Calcular, então, a despesa total mínima.

7) Corta-se um pedaço de arame de comprimento L em duas partes; com uma faz-se uma circunferência, com a outra um quadrado. Em que ponto deve-se cortar o arame para que a soma das áreas compreendida pelas duas figuras seja máxima? E mínimo?

8) Às 9 horas da manhã um navio **B** se encontra a 65 Km a leste de outro navio **A**. O navio **B** navega rumo oeste a 10 Km/h, enquanto **A** navega rumo sul a 15 Km/h. Se eles continuarem nos seus respectivos rumos, qual a menor distância que os separará e a que horas isso ocorrerá?

Taxas de Variação

9) Se o raio de um círculo varia de r a $r+\Delta r$, qual a taxa média de variação da área do círculo em relação ao raio? Qual a taxa instantânea dessa variação?

10) O gás de um balão escapa na razão de $2\text{dm}^3/\text{min}$. Qual a razão da diminuição da superfície do balão quando o raio for de 12dm ?

11) Uma piscina está sendo esvaziada de forma tal que $v(t) = 300(20 - t)^2$ representa o número de litros de água na piscina t horas após o início da operação. Calcule a velocidade (instantânea) de escoamento da água ao cabo de 8 horas e a velocidade média desse escoamento no mesmo período.

12) Um menino mantém um papagaio empinado à altura de 300 m, e o vento o afasta do menino, horizontalmente, à razão de 25 m/s. Com que velocidade deve o menino "dar linha" quando o papagaio está a 500 m dele?

13) Um navio A está navegando, rumo sul, a 16 Km/h e um segundo navio B, a 32 Km ao sul de A, navega rumo leste a 12 Km/h. (a) a que razão estão eles se aproximando ou separando no fim de 1 hora? (b) e no fim de 2 horas? (c) em que instante eles deixam de se aproximar um do outro e qual a distância que os separa nesse momento?

Formas Indeterminadas. Regra de l'hopital.

14) Calcule os limites a seguir:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\ln(1+x)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$

d) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x^3 - a^3}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - \sqrt{x}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x^2$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln(e^x - 1)$

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(3x + e^x)}{x}$

j) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{1/x}$

k) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{tgx}$

l) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$

m) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$

n) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+ax)^{b/x}$

o) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^x$